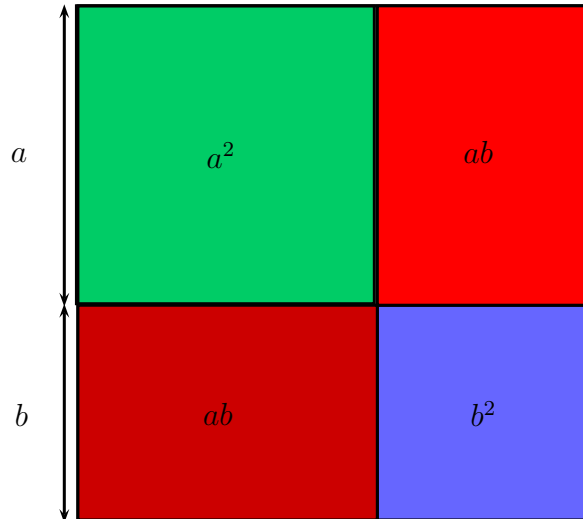


PRODUTOS NOTÁVEIS

Prof. Anderson Vieira

1 Quadrado da Soma

Consideremos a seguinte ilustração:



Note que a área do maior quadrado é $(a+b)^2$, pois a medida de seu lado é $a+b$ e a definição da área do quadrado é a medida de seu lado ao quadrado.

De acordo com a figura, a área do maior quadrado é equivalente à soma das medidas das quatro áreas interiores. Veja que as quatro áreas tem medida $a^2 + 2ab + b^2$.

Portanto, podemos concluir que

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Podemos memorizá-la, dizendo:

“O quadrado da soma é igual ao quadrado do primeiro mais duas vezes o primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo”.

Exemplo,

$$(2x+2)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(2) + (2)^2 = 4x^2 + 8x + 4.$$

1. Calcule os quadrados

(a) $(x+y)^2$

(b) $(a+7)^2$

(c) $(3x+1)^2$

(d) $(10x+y)^2$

(e) $(a+3x)^2$

(f) $(5x^2+1)^2$

(g) $(c^3 + 6)^2$

(d) $(x + 5)^2 - x(x + 3)$

(h) $(a^2 + c^3)^2$

4. Sabendo que $x^2 + y^2 = 34$ e que $xy = 15$, quanto vale $(x + y)^2$?

2. Calcule os quadrados

(a) $(xy + 5)^2$

5. Veja o seguinte exemplo para calcular o quadrado de um número:

(b) $(11 + pq)^2$

(c) $(xy + p^3)^2$

(d) $(ac + d^3)^2$

$$\begin{aligned} 42^2 &= (40 + 2)^2 \\ &= 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 2 + 2^2 \\ &= 1600 + 160 + 4 \\ &= 1764 \end{aligned}$$

3. Simplifique as expressões

(a) $(x + 1)^2 + (x^2)^2$

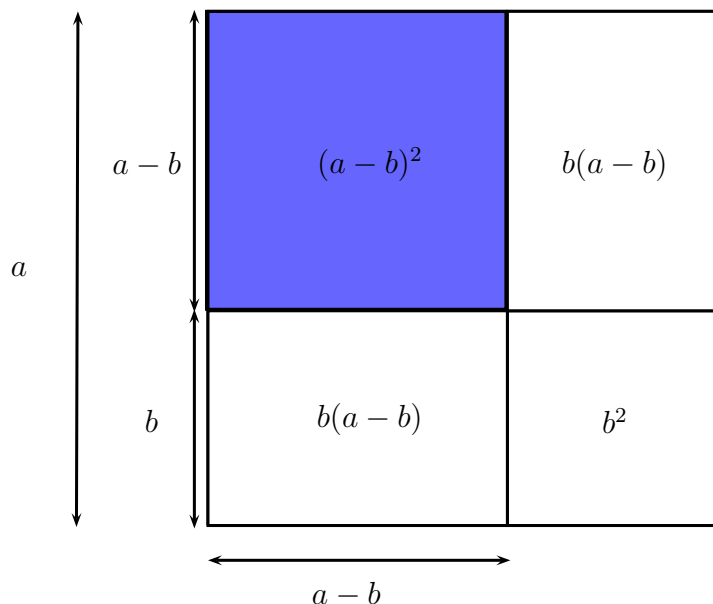
(b) $(2x + 1)^2 + (3x + 1)^2$

(c) $5x - (2x + 3)^2$

Calcule os quadrados de 13, 41 e 19 sem usar a calculadora

2 Quadrado da diferença

Consideremos a seguinte ilustração:



Note que a área do maior quadrado é a^2 , pois a medida de seu lado é a e a definição da área do quadrado é a medida de seu lado ao quadrado.

De acordo com a figura, a região em azul é um quadrado de lado medindo $a - b$, sendo assim sua área será $(a - b)^2$.

Observe que podemos dizer que a área em azul é igual a área do quadrado maior menos a área da região branca (dois retângulos e um quadrado). A área da região branca é

$$b(a - b) + b(a - b) + b^2,$$

que, fazendo a distributiva e agrupando os termos semelhantes, será equivalente à

$$2ab - b^2.$$

Finalmente, vemos que a área do maior quadrado menos a área da região branca será

$$a^2 - (2ab - b^2) = a^2 - 2ab + b^2.$$

Portanto, podemos concluir que

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Podemos memorizá-la, dizendo:

“O quadrado da diferença é igual ao quadrado do primeiro menos duas vezes o primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo”.

Exemplo,

$$(3a - y)^2 = (3a)^2 - 2(3a)(y) + (y)^2 = 9a^2 - 6ay + y^2.$$

1. Calcule os quadrados

(a) $(x - y)^2$

(b) $(a - 2)^2$

(c) $(3x - 2)^2$

(d) $(3x - y)^2$

(e) $(a - 4x)^2$

(f) $(3x^2 - 6)^2$

(g) $(c^3 - 2)^2$

(h) $(a^2 - c^4)^2$

2. Calcule os quadrados

(a) $(xy - 5)^2$

(b) $(11 - pq)^2$

(c) $(xy - p^3)^2$

(d) $(ac - d^3)^2$

3. Simplifique as expressões

(a) $(x - 1)^2 + (x^2)^2$

(b) $(2x - 2)^2 + (3x - 11)^2$

(c) $5x - (2x - 3)^2$

(d) $(x - 4)^2 - x(x + 3)$

4. Sabendo que $x^2 + y^2 = 34$ e que $xy = 15$, quanto vale $(x - y)^2$?

5. Veja o seguinte exemplo para calcular o qua-

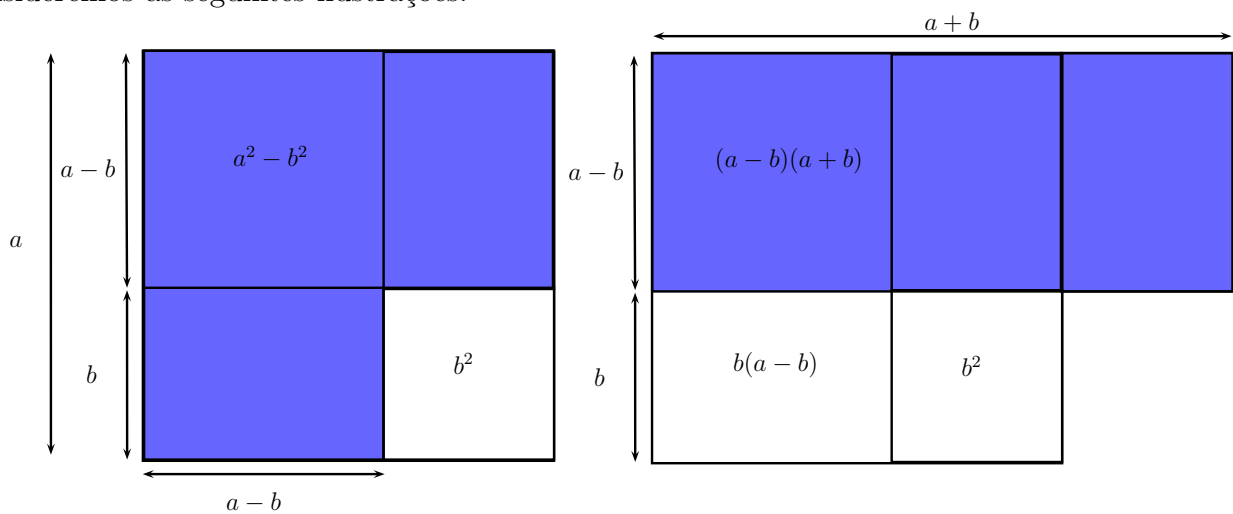
drado de um número:

$$\begin{aligned}38^2 &= (40 - 2)^2 \\ &= 40^2 - 2 \cdot 40 \cdot 2 + 2^2 \\ &= 1600 - 160 + 4 \\ &= 1444\end{aligned}$$

Calcule os quadrados de 17, 49 e 29 sem usar a calculadora

3 Produto da soma pela diferença

Consideremos as seguintes ilustrações:



Iremos comparar as duas áreas acima. Observe que elas são iguais.

A área azul da ilustração à esquerda é a área do quadrado maior menos do quadrado em branco; isto é, sendo a área maior a^2 e a área do quadrado em branco b^2 , então a área em azul será

$$a^2 - b^2.$$

Quanto à figura à direita, a região azul é um retângulo com medidas de lados valendo $a - b$ e $a + b$. Logo, sua área será

$$(a - b)(a + b).$$

Portanto, como as áreas têm mesmas medidas,

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Podemos memorizá-la, dizendo:

“O produto da soma pela diferença é igual ao quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo”.

Exemplo,

$$(a + 3c)(a - 3c) = (a)^2 - (3c)^2 = a^2 - 9c^2.$$

1. Calcule os produtos

(a) $(x - y)(x + y)$

(b) $(a - 2)(a + 2)$

(c) $(3x - 2)(3x + 2)$

(d) $(3x - y)(3x + y)$

(e) $(a - 4x)(a + 4x)$

(f) $(3x^2 - 6)(3x^2 + 6)$

(g) $(c^3 - 2)(c^3 + 2)$

(h) $(a^2 - c^4)(a^2 + c^4)$

(c) $(xy - p^3)(xy + p^3)$

(d) $(ac - d^3)(ac + d^3)$

3. Sabendo que $x^2 - y^2 = 34$ e que $x - y = 17$, quanto vale $x + y$?

4. Veja o seguinte exemplo para calcular o quadrado de um número:

$$\begin{aligned} 38 \cdot 42 &= (40 - 2)(40 + 2) \\ &= 40^2 - 2^2 \\ &= 1600 - 4 \\ &= 1596 \end{aligned}$$

2. Calcule os produtos

(a) $(xy - 5)(xy + 5)$

(b) $(11 - pq)(11 + pq)$

Calcule os produtos de $17 \cdot 23$, $49 \cdot 51$ e $26 \cdot 34$ sem usar a calculadora