

FATORAÇÃO ALGÉBRICA

Prof. Anderson Vieira

Fatoração

Fatorar uma expressão matemática, significa representar uma soma e/ou subtração de expressões algébricas através do produto de termos

1 Casos de fatoração

1.1 Caso 1: Evidência

Neste caso, colocamos em evidência os fatores comuns de todas as parcelas.

Exemplo 1.1. *Fatore a expressão: $6x^2y + 12x^3y^2 - 3x^2y^2$.*

Notamos que os três fatores comuns nas três parcelas são: $3x^2y$. Então

$$6x^2y + 12x^3y^2 - 3x^2y^2 = 3x^2y(2 + 4xy - y)$$

Exercício 1.1. *Fatore:*

(a) $2x + 4y$

(b) $3x - 9y + 12$

(c) $4xy - 3x^2 + 10x^3y$

(d) $p + pin$

(e) $10x^2 - 12x$

1.2 Caso 2: Por agrupamento

Nesta situação, não temos um fator comum a todos os termos, mas temos em alguns deles.

Exemplo 1.2. *Fatore a expressão: $ax + ay + bx + by$.*

Então

$$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (a + b)(x + y)$$

Exercício 1.2. *Fatore:*

(a) $5x + 5y + bx + by$

(b) $7x^3 - 14x^2 + 2x - 4$

(c) $5y - 20 - x^2y + 4x^2$

(d) $6x - 6m + xy - my$

(e) $x^3 - x^2 - 5x + 5$

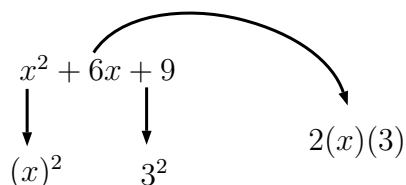
1.3 Caso 3: Trinômio de Quadrado Perfeito

Neste caso, utilizamos os dois produtos notáveis:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

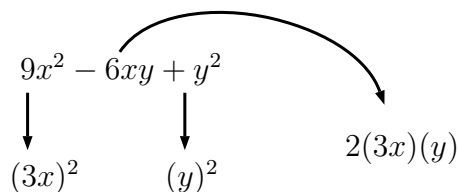
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemplo 1.3. *Fatore a expressão: $x^2 + 6x + 9$.*



Então, $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$.

Exemplo 1.4. *Fatore a expressão: $9x^2 - 6xy + y^2$.*



Então, $9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$.

Exercício 1.3. *Fatore:*

(a) $1 + 2i + i^2$

(b) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

(c) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

(d) $x^2 - 8x + 16$

(e) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$

(f) $\frac{9x^2}{4} - 3x + 1$

$$(g) x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$$

$$(h) 4x^4 + 4x^2 + 1$$

$$(i) 1 - 6x + 9x^2$$

$$(j) 9x^4 - 30x^2 + 25$$

1.4 Caso 3: Trinômio da forma $x^2 + sx + p$

Neste caso, o trinômio não tem a forma de um quadrado perfeito. Esse caso é conhecido como **soma e produto**.

$$x^2 + sx + p = (x + a)(x + b) \Rightarrow \begin{cases} a + b = s \\ a \cdot b = p \end{cases}$$

Exemplo 1.5. *Fatore a expressão: $x^2 + 7x + 6$.*

Queremos encontrar a e b tais que

$$\begin{aligned} a + b &= 7 \\ a \cdot b &= 6 \end{aligned} .$$

Note que $a = 1$ e $b = 6$. Portanto, $x^2 + 7x + 6 = (x + 1)(x + 6)$.

Exercício 1.4. *Fatore:*

$$(a) x^2 + 7x + 12$$

$$(b) x^2 - 7x + 10$$

$$(c) x^2 - x - 2$$

$$(d) x^2 + 11x + 30$$

1.5 Diferença entre dois quadrados

Neste caso, vamos utilizar o produto notável

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exemplo 1.6. *Fatore a expressão: $4x^2 - 9y^2$.*

$$\begin{array}{cc} 4x^2 - 9y^2 & \\ \downarrow & \downarrow \\ (2x)^2 & (3y)^2 \end{array}$$

Então, $4x^2 - 9y^2 = (2x + 3y)(2x - 3y)$.

Exercício 1.5. *Fatore:*

(a) $x^2 - 4$

(b) $25 - n^2$

(c) $16x^2 - 25$

(d) $(a + b)^2 - c^2$

(e) $y^2 - 11$

Agora aplique os métodos anteriores no exemplo a seguir, quando for necessário.

Exercício 1.6. *Fatore completamente:*

(a) $4x^2 - x$

(k) $3x^2 + 3x - 36$

(b) $2x^5 + 18x^3$

(l) $4x^2 - 8x - 60$

(c) $x^3 + 4x^2 - 5x^2 - 20$

(m) $2x^3 - 8x$

(d) $x^3 - 2x^2 - 3x + 6$

(n) $16z^2 - 81w^2$

(e) $x^2 - x - 6$

(o) $y^4 - 16x^4$

(f) $x^2 + 6x + 8$

(p) $x^8 - 81$

(g) $2x^2 - 8x - 42$

(q) $x^4 - 8x^2 + 16$

(h) $3x^2 - 21x + 36$

(r) $81 - 18x^2 + x^4$

(i) $2x^3 - 8x^2 + 8x$

(s) $x^4 - 3x^2 - 4$

(j) $x^3 + 16x^2 + 64x$