

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Prof. Anderson Vieira

1. Dê os elementos dos seguintes conjuntos:

$$A = \{x|x \text{ é letra da palavra matemática}\}$$

$$B = \{x|x \text{ é cor da bandeira brasileira}\}$$

$$C = \{x|x \text{ é nome do estado brasileiro que começa com a letra a}\}$$

2. Descreva por meio de uma propriedade característica dos elementos cada um dos conjuntos seguintes:

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$B = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$

$$C = \{\text{Brasília, Rio de Janeiro, Salvador}\}$$

3. Escreva com símbolos:

(a) o conjunto dos múltiplos inteiros de 3, entre -10 e $+10$;

(b) o conjunto dos divisores inteiros de 42;

(c) o conjunto dos múltiplos inteiros de 0;

(d) o conjunto das frações com numerador e denominador compreendidos entre 0 e 3;

(e) o conjunto dos nomes das capitais da região Centro-Oeste do Brasil.

4. Descreva por meio de uma propriedade dos elementos:

$$A = \{1, -1, +2, -2, +3, -3, +6, -6\}$$

$$B = \{0, -10, -20, -30, -40, \dots\}$$

$$C = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$$

$$D = \{\text{Lua}\}$$

5. Quais dos conjuntos abaixo são unitários?

$$A = \left\{x|x < \frac{9}{4} \text{ e } x > \frac{6}{5}\right\}$$

$$B = \{x|0 \cdot x = 2\}$$

$$C = \{x|x \text{ é inteiro e } x^2 = 3\}$$

$$D = \{x|2x + 1 = 7\}$$

6. Quais dos conjuntos abaixo são vazios?

$$A = \{x|0 \cdot x = 0\}$$

$$B = \left\{x|x > \frac{9}{4} \text{ e } x < \frac{6}{5}\right\}$$

$$C = \{x|x \text{ é divisor de zero}\}$$

$$D = \{x|x \text{ é divisível por zero}\}$$

7. Dados $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4\}$:

(a) escreva com os símbolos da teoria dos conjuntos as seguintes sentenças:

- (i) 3 é elemento de A
- (ii) 1 não está em B
- (iii) B é parte de A
- (iv) B é igual a A
- (v) 4 pertence a B

(b) classifique as sentenças anteriores em falsas ou verdadeiras.

8. Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4\}$, classifique em V ou F cada sentença abaixo e justifique

- (a) $A \subset D$
- (b) $A \subset B$
- (c) $B \subset C$
- (d) $D \supset B$
- (e) $C = D$
- (f) $A \not\subset C$

9. Quais das igualdades abaixo são verdadeiras?

- (a) $\{a, a, a, b, b\} = \{a, b\}$
- (b) $\{x|x^2 = 4\} = \{x|x \neq 0 \text{ e } x^3 - 4x = 0\}$
- (c) $\{x|x < 0 \text{ e } x \geq 0\} = \emptyset$

10. Diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das sentenças abaixo.

- (a) $0 \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- (b) $\{a\} \in \{a, b\}$
- (c) $\emptyset \in \{0\}$
- (d) $0 \in \emptyset$
- (e) $\{a\} \subset \emptyset$
- (f) $a \in \{a, \{a\}\}$
- (g) $\{a\} \subset \{a, \{a\}\}$
- (h) $\emptyset \subset \{a, \{a\}\}$
- (i) $\emptyset \in \{a, \{a\}\}$
- (j) $\{a, b\} \in \{a, b, c, d\}$

11. Faça o diagrama de Venn que simbolize a situação seguinte: A , B , C e D são conjuntos não vazios, $D \subset C \subset B \subset A$.

12. Construa o conjunto das partes do conjunto $A = \{a, b, c, d\}$.

13. Dados os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d\}$ e $C = \{c, e\}$, determine $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$ e $A \cup B \cup C$.

14. Classifique em V ou F:

- (a) $\emptyset \subset (A \cup B)$
- (b) $(A \cup B) \subset A$
- (c) $A \supset (A \cup B)$
- (d) $(A \cup B) \subset (A \cup B)$
- (e) $B \subset (A \cup B)$
- (f) $(A \cup B) \subset (A \cup B \cup C)$

admitindo que A , B e C são conjuntos quaisquer.

15. Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ e $C = \{c, e, f\}$, determine $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ e $A \cap B \cap C$.

16. Classifique em V ou F:

(a) $\emptyset \subset (A \cap B)$

(d) $(A \cap B) \subset (A \cap B)$

(b) $A \subset (A \cap B)$

(e) $(A \cap B) \subset B$

(c) $A \in (A \cap B)$

(f) $(A \cap B) \supset (A \cap B \cap C)$

admitindo que A , B e C são conjuntos quaisquer.

17. Determine o conjunto X tal que: $\{a, b, c, d\} \cup X = \{a, b, c, d, e\}$, $\{c, d\} \cup X = \{a, c, d, e\}$ e $\{b, c, d\} \cap X = \{c\}$.

18. Sabe-se que $A \cup B \cup C = \{n \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 10\}$, $A \cap B = \{2, 3, 8\}$, $A \cap C = \{2, 7\}$, $B \cap C = \{2, 5, 6\}$ e $A \cup B = \{n \in \mathbb{N} | 1 \leq n \leq 8\}$. Determine C .

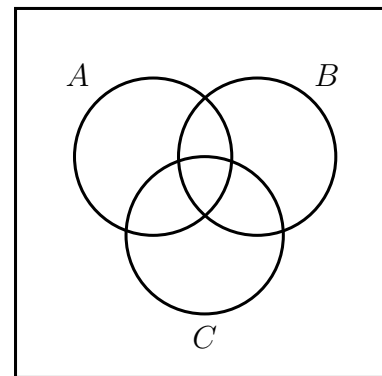
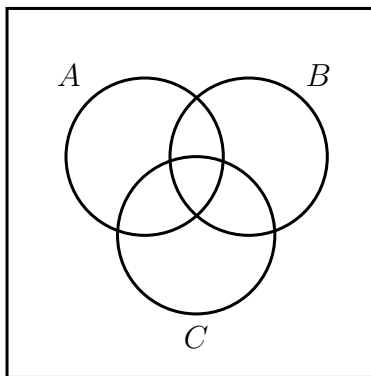
19. Determine o número de conjuntos X que satisfazem a relação

$$\{1, 2\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}.$$

20. Assinale no diagrama os seguintes conjuntos:

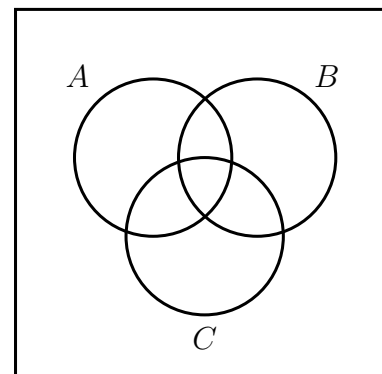
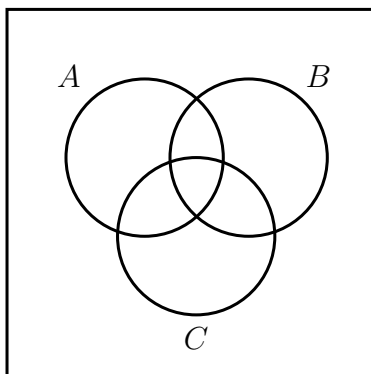
(a) $A \cap B \cap C$

(c) $A \cup (B \cap C)$



(b) $A \cap (B \cup C)$

(d) $A \cup B \cup C$



21. Sejam os conjuntos A com 2 elementos, B com 3 elementos, C com quatro elementos. Qual é o número máximo de elementos de $(A \cap B) \cap C$?

22. Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f, g\}$ e $C = \{b, d, e, g\}$. Determine

(a) $A - B$

(c) $C - B$

(e) $A - (B \cap C)$

(b) $B - A$

(d) $(A \cup C) - B$

(f) $(A \cup B) - (A \cap C)$

23. Classifique em V ou F as sentenças:

(a) $(A - B) \supset \emptyset$

(c) $(A - B) \subset A$

(b) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

(d) $(A - B) \subset (A \cup B)$

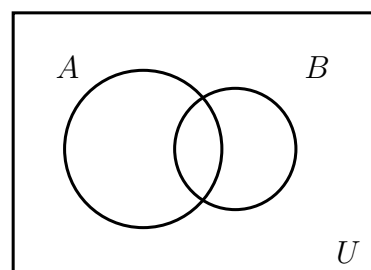
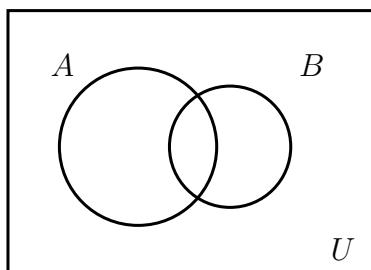
admitindo que A , B e C são conjuntos quaisquer.

24. Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ e $C = \{2, 4, 5, 7\}$, obtenha um conjunto X tal que $X \subset A$ e $A - X = B \cap C$.

25. Assinale no diagrama ao lado os seguintes conjuntos:

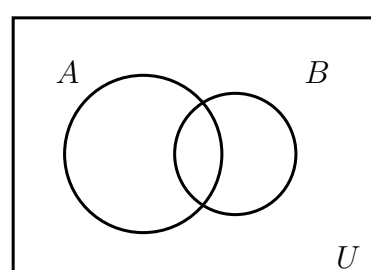
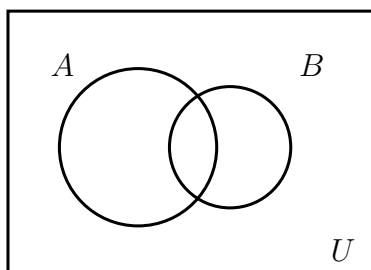
(a) $\bar{A} - B$

(d) $\overline{A \cup B}$



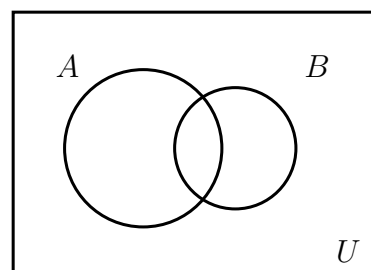
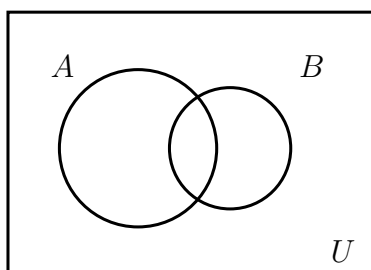
(b) $\bar{A} - (A \cup B)$

(e) $\overline{A \cap B}$



(c) $\bar{B} \cup A$

(f) $\bar{B} \cap A$



26. Classifique em V ou F as seguintes sentenças:

(a) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

(b) $A \subset B \Rightarrow \bar{B} \subset \bar{A}$

(c) $(A - B) \subset \bar{A}$

(d) $(A - B) \subset \bar{B}$

27. Sendo $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $p(y) : y + 1 \leq 6$ e $F = \{y \in E | y \text{ satisfaz } p(y)\}$, determine \overline{F} .

28. Descreva os elementos dos conjuntos abaixo:

$$A = \{x | x^2 - 5x - 6 = 0\}$$

$$B = \{x | x \text{ é letra da palavra } \mathbf{exercício}\}$$

$$C = \{x | x^2 - 9 = 0 \text{ ou } 2x - 1 = 0\}$$

$$D = \{x | 2x + 1 = 0 \text{ e } 2x^2 - x - 1 = 0\}$$

$$E = \{x | x \text{ é algarismo do número } 234543\}$$

29. Seja $E = \{a, \{a\}\}$. Diga quais das proposições abaixo são verdadeiras.

(a) $a \in E$

(c) $a \subset E$

(e) $\emptyset \in E$

(b) $\{a\} \in E$

(d) $\{a\} \subset E$

(f) $\emptyset \subset E$

30. Dados A e B conjuntos tais que $n(A) = 4$, $n(B) = 5$ e $n(A \cap B) = 3$, determine o número de subconjuntos de $A \cup B$.

31. Sendo A , B e C conjuntos finitos, estabeleça uma fórmula para calcular $n(A \cup B \cup C)$

32. Se $A = \{3n : n \in \mathbb{N}\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ é divisor de } 120\}$, qual é o número de elementos de $A \cap B$?

33. Em uma escola que tem 415 alunos, 221 estudam inglês, 163 estudam francês e 52 estudam ambas as línguas. Quantos alunos estudam inglês ou francês? Quantos alunos não estudam nenhum das duas?

34. Denotando-se por X' o complementar de um conjunto qualquer X , determine o conjunto $[P' \cup (P \cap Q)]$, quaisquer que sejam os conjuntos P e Q .

35. Considerando os conjuntos A , B e C , representados abaixo, e sabendo que

- $n(A \cup B) = 24$

- $n(A \cap B) = 4$

- $n(B \cup C) = 16$

- $n(A - C) = 11$

- $n(B - C) = 10$

calcule:

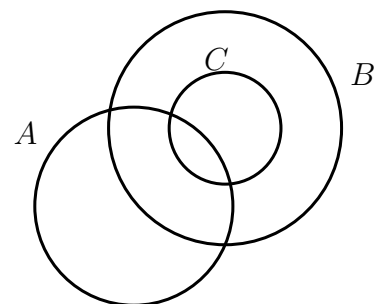
(a) $n(A - B)$

(b) $n(A \cap B \cap C)$

(c) $n(B - (C \cup A))$

(d) $n((A \cap B) - C)$

(e) $n(B - (A \cap B))$



36. Sabendo que A e B são subconjuntos de U , $\bar{A} = \{e, f, g, h, i\}$, $A \cap B = \{c, d\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$, responda: Quantos elementos tem A ? E B ?
37. Uma população consome três marcas de sabão em pó: A , B e C . Feita uma pesquisa de mercado, colheram-se os resultados tabelados abaixo:

| Marca | Número de consumidores |
|------------------|------------------------|
| A | 109 |
| B | 203 |
| C | 162 |
| A e B | 25 |
| B e C | 41 |
| C e A | 28 |
| A, B e C | 5 |
| Nenhuma das três | 115 |

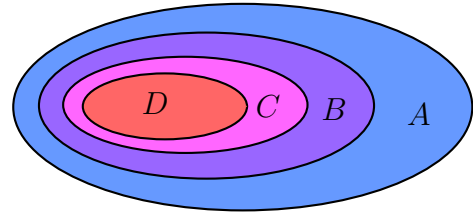
Forneça:

- (a) o número de pessoas consultadas;
- (b) o número de pessoas que só consomem a marca A ;
- (c) o número de pessoas que não consomem as marcas A ou C ;
- (d) o número de pessoas que consomem ao menos duas marcas.
38. Determine os conjuntos A , B e C que satisfazem as seguintes seis condições:
- 1^a) $A \cup B \cup C = \{z, x, v, u, t, s, r, q, p\}$
- 2^a) $A \cap B = \{r, s\}$
- 3^a) $B \cap C = \{s, x\}$
- 4^a) $C \cap A = \{s, t\}$
- 5^a) $A \cup C = \{p, q, r, s, t, u, v, x\}$
- 6^a) $A \cup B = \{p, q, r, s, t, x, z\}$
39. Em certa comunidade há indivíduos de três etnias: branca, negra e amarela. Sabendo que 70 são brancos, 350 são não negros e 50% são amarelos, responda:
- (a) quantos indivíduos tem a comunidade?
- (b) quantos são os indivíduos amarelos?
40. De todos os empregados de uma firma, 30% optaram por um plano de assistência médica. A firma tem a matriz na capital de São Paulo e somente duas filiais, uma em Santos e outra em Campinas. 45% dos empregados trabalham na matriz e 20% dos empregados trabalham na filial de Santos. Sabendo que 20% dos empregados da capital optaram pelo plano de assistência médica e que 35% dos empregados da filial de Santos o fizeram, qual a porcentagem dos empregados da filial de Campinas que optaram pelo plano?
41. Represente sobre a reta real cada um dos seguintes conjuntos:
- $$A = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 2\}$$
- $$B = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 3\}$$
- $$C = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 0 \text{ ou } x > 2\}$$
- $$B = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 0 \text{ ou } x \geq 3\}$$

42. Descreva, conforme a notação da teoria dos conjuntos, os seguintes intervalos: $[-1, 3]$, $[0, 2)$, $(-3, 4)$, $(-\infty, 5)$ e $[1, +\infty)$.
43. Descreva os seguintes conjuntos:
- (a) $[0, 2] \cap [1, 3]$
 - (b) $[0, 2] \cap (1, 3)$
 - (c) $\left(-1, \frac{2}{5}\right) \cap \left(0, \frac{4}{3}\right)$
 - (d) $(-\infty, 2] \cap [0, +\infty)$
 - (e) $[-1, +\infty) \cap \left(-\frac{9}{2}, 2\right)$
 - (f) $[1, 2] \cap [0, 3] \cap [-1, 4]$
 - (g) $[-1, 3] \cup [0, 4]$
 - (h) $(-2, 1] \cup (0, 5)$
 - (i) $[-1, 3] \cup [3, 5]$
 - (j) $\left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right]$
44. Sendo $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 5\}$, calcule $A \cup B$.
45. Sejam $A = (-\infty, 2]$ e $B = [0, +\infty)$ intervalos de números reais. Determine $A \cap B$.
46. Determine a interseção dos conjuntos: $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}$; $(\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}) \cup \mathbb{Q}$ e $\mathbb{N} \cup (\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q})$.

Respostas

1. $A = \{m, a, t, e, i, c\}$
 $B = \{\text{branco, azul, amarelo, verde}\}$
 $C = \{\text{Amazonas, Amapá, Acre, Alagoas}\}$



2. $A = \{x|x \text{ é inteiro, par e não negativo}\}$
 $B = \{x|x \text{ é algarismo arábico}\}$
 $C = \{x|x \text{ é nome de cidade que já foi capital do Brasil}\}$

11.

12. $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, A\}$

3. (a) $\{-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9\}$
 (b) $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 7, \pm 14, \pm 21, \pm 42\}$
 (c) $\{0\}$;
 (d) $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{2}{2}\right\}$;
 (e) $\{\text{Cuiabá, Campo Grande, Goiânia}\}$;

13. $A \cup B = \{a, b, c, d\}$, $A \cup C = \{a, b, c, e\}$,
 $B \cup C = \{c, d, e\}$ e $A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e\}$.

14. (a) V (c) F (e) V
 (b) F (d) V (f) V

4. $A = \{x|x \text{ é divisor de } 6\}$
 $B = \{x|x \text{ é múltiplo inteiro e negativo de } 10\}$
 $C = \{x|x \text{ é quadrado perfeito}\}$
 $D = \{x|x \text{ é satélite natural da Terra}\}$

15. $A \cap B = \{b, c, d\}$, $A \cap C = \{c\}$, $B \cap C = \{c, e\}$ e $A \cap B \cap C = \{c\}$.

16. (a) V (c) F (e) V
 (b) F (d) V (f) V

5. $D = \{3\}$

17. $X = \{a, c, e\}$

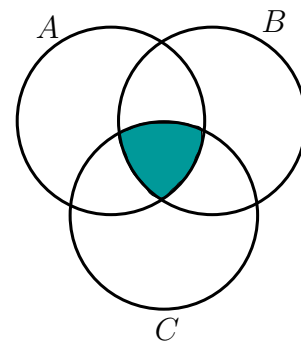
6. $B = \emptyset$

18. $C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10\}$

7. (a) (i) $3 \in A$ (b) (i) V
 (ii) $1 \notin B$ (ii) V
 (iii) $B \subset A$ (iii) V
 (iv) $B = A$ (iv) F
 (v) $4 \in B$ (v) V

19. 4: $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$.

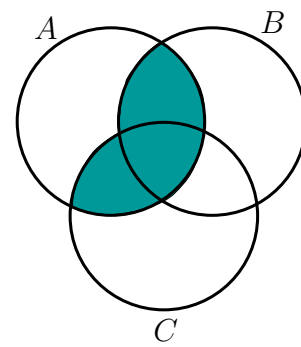
8. (a) V (c) F (e) F
 (b) F (d) V (f) V

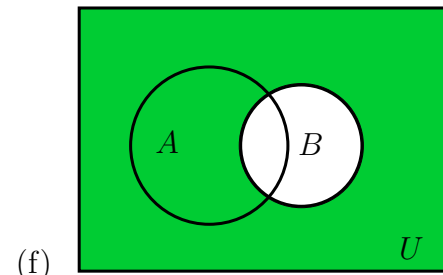
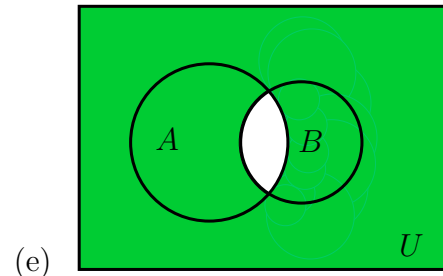
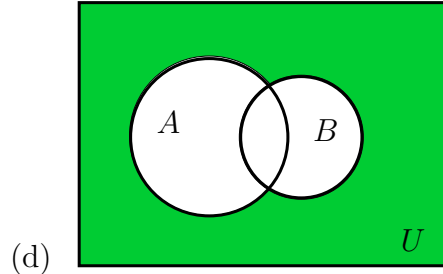
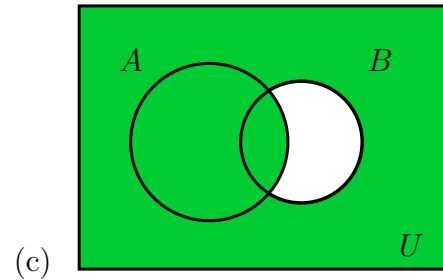
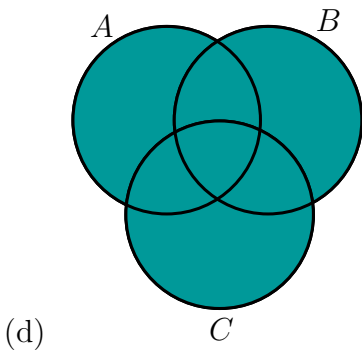
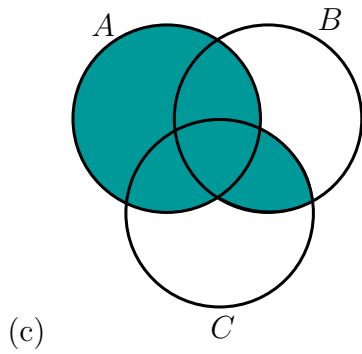


9. (a) V (b) F (c) V

20. (a)

10. (a) V (f) V
 (b) F (g) V
 (c) F (h) V
 (d) F (i) F
 (e) F (j) F



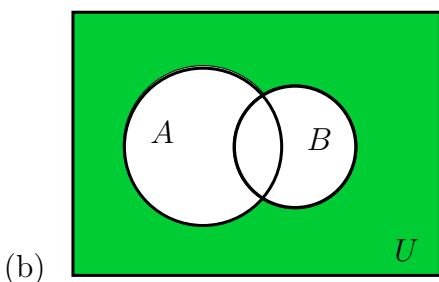
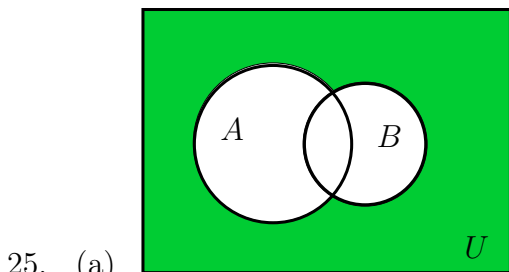


21. 2

22. (a) $\{a, b\}$ (d) $\{a, b\}$
 (b) $\{e, f, g\}$ (e) $\{a, b, c\}$
 (c) $\{b\}$ (f) $\{a, c, e, f, g\}$

23. (a) V (c) F
 (b) V (d) V

24. $A = \{1, 3, 5\}$



26. (a) V
 (b) V
 (c) F
 (d) V

27. $\overline{F} = \{6, 7, 8\}$.

28.

- $A = \{6, -1\}$
 $B = \{e, x, r, c, i, o\}$
 $C = \{3, -3, 5\}$
 $D = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
 $E = \{2, 3, 4, 5\}$

29. (a) V (c) F (e) F
 (b) V (d) V (f) V

30. 64

31. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

32. $n(A \cap B) = 8$

33. 332 e 83

34. $P' \cup Q$.

35. (a) 8 (d) 3
 (b) 1
 (c) 7 (e) 12

36. $n(A) = 4; n(B) = 4?$

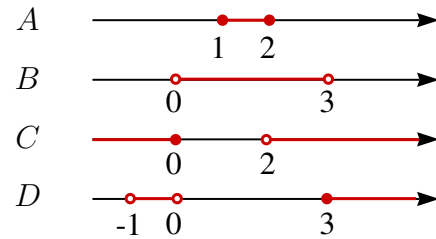
37. (a) 500
 (b) 61
 (c) 257
 (d) 84

38. $A = \{p, q, r, s, t\}$
 $B = \{r, s, x, z\}$
 $C = \{s, t, u, v, x\}$

39. (a) 560
 (b) 280

40. 40%

41.



42. $[-1, 3] = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 3\}$

$[0, 2) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 2\}$

$(-3, 4) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 4\}$

$(-\infty, 5) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$

$[1, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$

43. (a) $[1, 2]$ (f) $[1, 2]$
 (b) $(1, 2]$ (g) $[-1, 4]$
 (c) $\left(0, \frac{2}{5}\right)$ (h) $(-2, 5)$
 (d) $[0, 2]$ (i) $[-1, 5]$
 (e) $[-1, 2)$ (j) $\left[-\frac{3}{2}, 0\right]$

44. $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 5\}$.

45. $A \cap B = [0, 2]$.

46. $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Q}; (\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}) \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$ e $\mathbb{N} \cup (\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}) = \mathbb{Z}$.