FUNÇÕES DE 2º GRAU

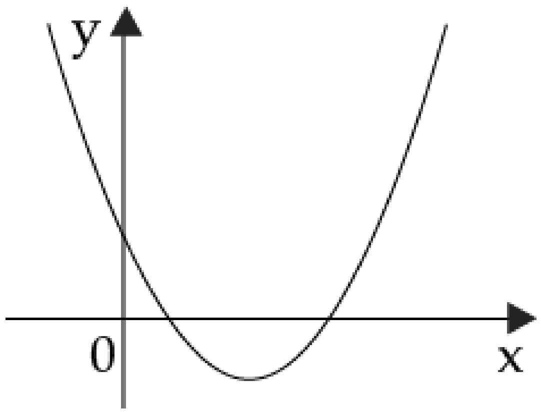
Definição

- Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$. Chama-se *função polinomial do 2º grau* a função

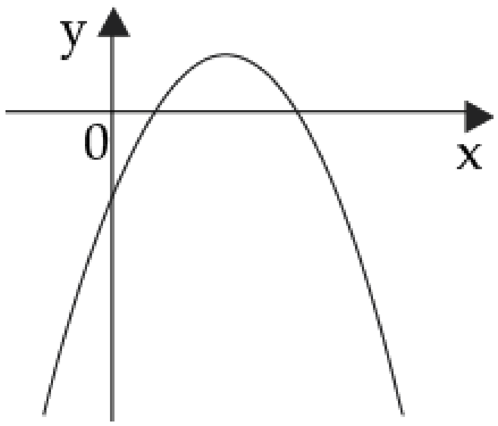
$$\begin{array}{rcl} f : A \subset \mathbb{R} & \to & B \subset \mathbb{R} \\ x & \mapsto & y = f(x) = ax^2 + bx + c \end{array}$$

- **Observação:** O domínio de uma função polinomial do 2º grau é $\mathbb{R}$.

- Concavidade:
  - Se $a > 0$, a concavidade está voltada para cima;



  - Se $a < 0$, a concavidade está voltada para baixo.



- Onde corta o eixo y:
  - $(0,f(0)) = (0,c)$

- Raízes ou zeros:
  - $f(x)=0 \Rightarrow ax^2+bx+c=0.$ Então

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a},\ \ onde\ \ \Delta=b^2-4ac.}$$

- Como a equação é do 2º grau, temos *exatamente* duas raízes que podem ser:

$$\begin{cases}\text{reais e distintas, se } \Delta>0\\ \text{reais e iguais, se } \Delta=0\\ \text{complexas conjugadas, se } \Delta<0\end{cases}$$

Continua

- Como o eixo *x* é um eixo real, significa que:

$$\begin{cases} \text{cortar o eixo x em 2 pontos distintos, se } \Delta > 0 \\ \text{tangencia o eixo x (toca em apenas um ponto), se } \Delta = 0 \\ \text{não cruza e nem toca o eixo x, se } \Delta < 0 \end{cases}$$

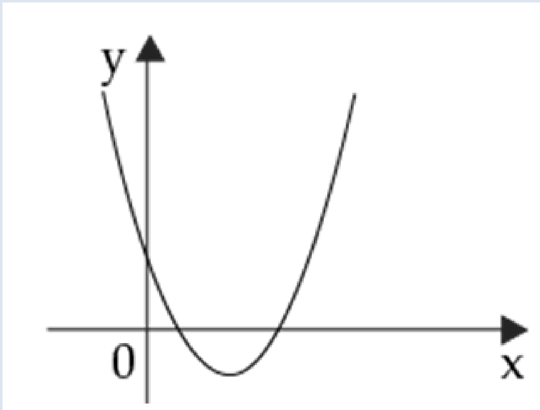
- Vértice:

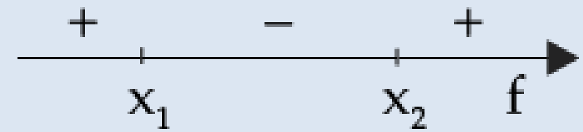
$$x_v = -\frac{b}{2a} \qquad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$\Delta > 0$

- $a > 0$

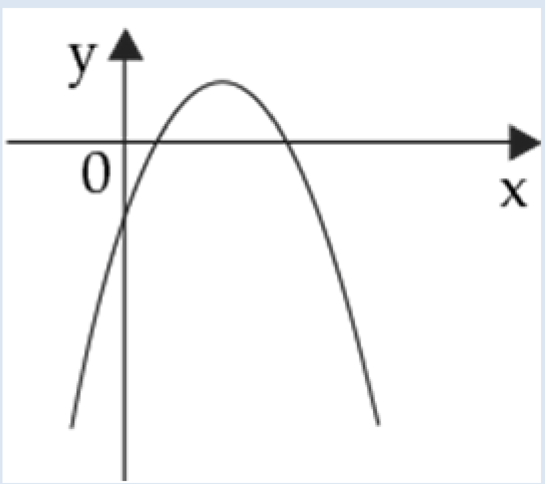


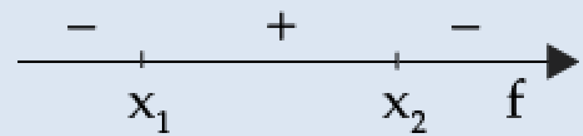


f é positiva em $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$

f é negativa em (x_1,x_2).

- $a < 0$



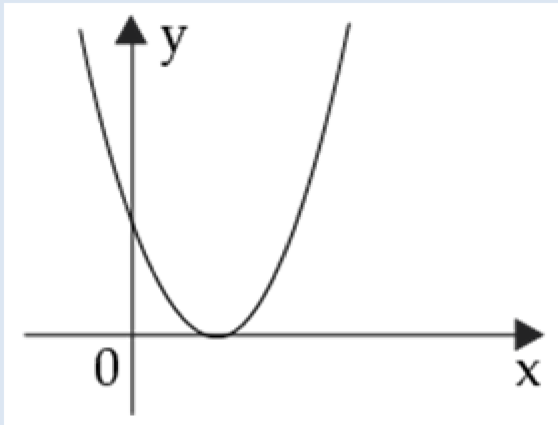


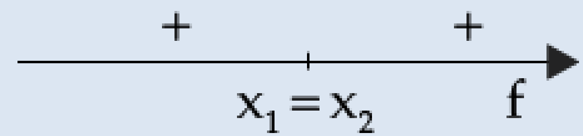
f é negativa em $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$

f é positiva em (x_1,x_2).

$$\Delta = 0$$

- $a > 0$

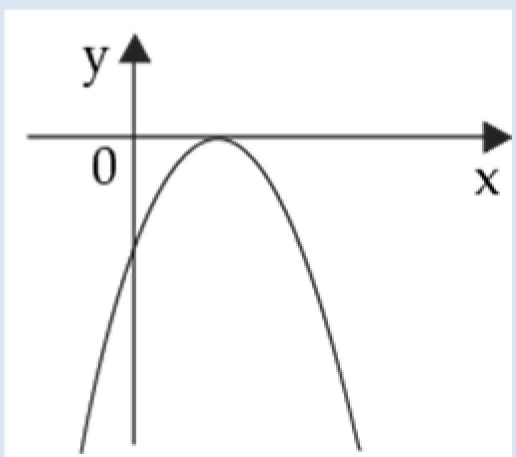


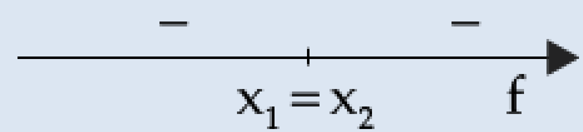


f é positiva em

$$(-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty) = \mathbb{R} - \{x_1\}$$

- $a < 0$



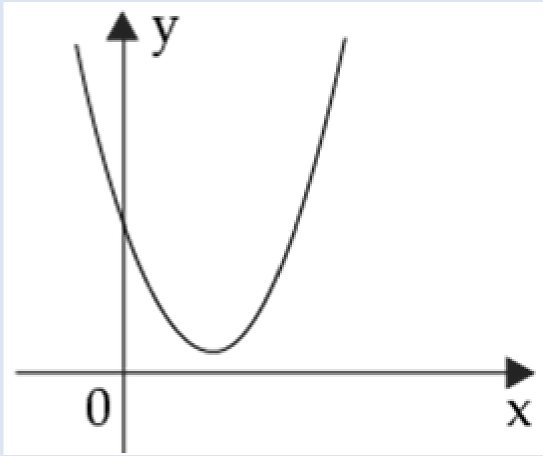


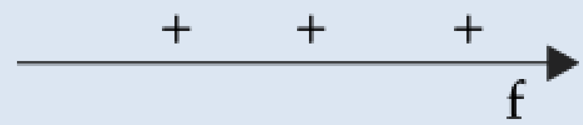
f é negativa em

$$(-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty) = \mathbb{R} - \{x_1\}$$

$$\Delta < 0$$

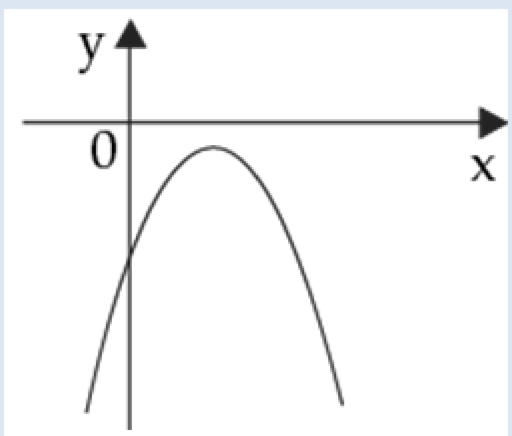
- $a > 0$

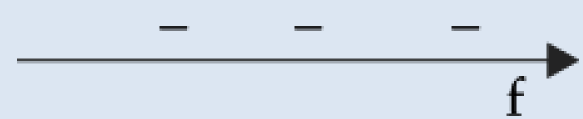




f é sempre positiva

- $a < 0$





f é sempre negativa

- **Observação:** Dada a equação $f(x) = y = ax^2 + bx + c = 0$, sejam $x = x_1$ e $x = x_2$ suas raízes. Daí, $x - x_1 = 0$ e $x - x_2 = 0$. Logo, $(x - x_1)(x - x_2) = 0$.

Também poderíamos escrever:

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$
$$\Leftrightarrow x - x_1 = 0 \; ou \; x - x_2 = 0.$$

Resolução de uma Inequação do 2º Grau

- **Definição:** Chama-se *inequação do 2º grau* toda expressão que pode ser reduzida a uma das seguintes formas:

$$ax^2 + bx + c < 0;$$
$$ax^2 + bx + c > 0;$$
$$ax^2 + bx + c \leq 0;$$
$$ax^2 + bx + c \geq 0.$$